**1.** Muestre, usando el teorema de Noether, que la densidad de probabilidad

$$\rho(x) = \mid \psi(x) \mid^2,$$

para $\psi(x)$ una función de onda de Schrödinger, satisface la ecuación de continuidad

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{j} = 0,$$

donde $\vec{j}$ es la *corriente de probabilidad* $\vec{j} = \frac{-i\hbar}{2m} \left( \psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^* \right).$

**2.** Obtenga, a partir de la definición del grupo de transformaciones propias, ortocronas de Lorentz ($L_+^\uparrow$), los seis generadores infinitesimales y sus relaciones de conmutación.

**3.** La densidad Lagrangiana para el campo de Klein-Gordon real está definida como

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - m^2 \varphi^2).$$

Partiendo de esta densidad, calcule el momento canónico conjugado ($\pi$) y el tensor de energía-momento. Use su resultado para obtener una expresión para las componentes del "vector" de densidad de momento (parte espacial!) de este campo. Integrando esta densidad, y haciendo uso de las reglas de conmutación para el campo cuantizado, obtenga una expresión para (las componentes de) el operador de momento $\vec{P}$, en términos de operadores de creación y destrucción. Comente su resultado.

---

El examen es individual. No se permite el uso de libros ni apuntes.