Física de Partículas

FISI-3152 (Andrés Reyes) - Tarea 3 - 14.04.2020

[1.] Siguiendo la misma idea que se presentó en el caso de la teoría φ^4, repita el cálculo del operador de scattering a orden 1 y orden 2, pero esta vez para una teoría φ^3. Obtenga (y justifique) la representación diagramática de cada uno de los términos.

[2.] Sea $\varphi : M \longrightarrow \mathbb{R}$ (M: espacio de Minkowski) un *campo escalar real*, solución de las ecuaciones de Euler-Lagrange correspondientes a una densidad Lagrangiana que depende solamente del campo y de sus primeras derivadas:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}(\varphi, \partial_\mu \varphi). \tag{1}$$

Como es bien sabido, las leyes de conservación de energía y de momento son consecuencia de la homogeneidad del espacio-tiempo. Dicha homogeneidad se puede imponer en una teoría de campos exigiendo que la acción sea invariante bajo traslaciones $x^\mu \longrightarrow x^\mu + a^\mu$. Esto implica que la variación $\delta\mathcal{L}$ del Lagrangiano debe ser, a lo sumo, un término de la forma $\partial_\mu J^\mu$ (¿por qué?). Asumiendo que $\mathcal{L}$ es de la forma (1) y que φ satisface las ecuaciones de Euler-Lagrange, muestre que $\delta\mathcal{L}$ es, en efecto, de la forma $\partial_\mu J^\mu$ (exprese J^μ en términos de $\delta\varphi$). Calcule ahora, usando una aproximación de Taylor, las variaciones $\delta\varphi$ y $\delta\mathcal{L}$ para el caso específico $x^\mu \longrightarrow x^\mu + a^\mu$. Comparando las dos expresiones obtenidas para $\delta\mathcal{L}$, concluya que el tensor de eneregía-momento, definido como

$$T_{\mu\nu} := \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial^\mu \varphi)} \partial_\nu \varphi - g_{\mu\nu} \mathcal{L},$$

satisface la ecuación de continuidad $\partial^\mu T_{\mu\nu} = 0$.

[3.] Partiendo del Lagrangiano $\mathcal{L}_{\text{EM}} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$ para el campo electromagnético libre, obtenga el correspondiente tensor de energía-momento, $T^{\mu\nu}_{\text{EM}}$.

[4.] *Nota: Los números de las ecuaciones en este problema hacen referencia a las notas de clase no. 14 (Cuantización del campo electromagnético).*

Partiendo de las relaciones de conmutación, ec. (42) y haciendo uso de la expansión de Fourier ec. (40), obtenga las reglas de conmutación

$$[\hat{A}_\mu(x), \hat{A}_\nu(y)] = -i g_{\mu\nu} \Delta_0(x - y; m = 0)$$

para el campo electromagnético cuantizado.

Esta tarea debe ser desarrollada (y entregada) en parejas. Fecha de entrega: Lunes 27 de abril (por Sicua).