Física de Partículas (FISI-3152) - A. Reyes - Tarea 3 (2018-I)

Solamente se deben entregar los ejercicios marcados con asterisco: “ * ”.

***1.** Estudie la sección 7.2 (*The complex Klein-Gordon field*) de Scheck (Quantum Physics). A continuación, proceda a mostrar, por cálculo directo, que la imposición de relaciones de conmutación canónicas para el campo escalar (Klein-Gordon) *complejo* da lugar a relaciones de la forma

$$[a_p, a_q^\dagger] = 2E_p\delta(\vec{p} - \vec{q}) = [b_p, b_q^\dagger]$$

para los operadores de creación/destrucción de tipo “a” y de tipo “b”. Integrando la componente cero-cero del tensor de energía-momento para este campo, obtenga una expresión para la energía total del campo, en términos de los coeficientes de Fourier. Al cuantizar el campo, esta expresión toma la forma de un operador, que se interpreta como el operador de energía (Hamiltoniano) de este sistema. Obtenga dicho Hamiltoniano y comente acerca de su significado físico.

***2.** Considere transformaciones gauge $U(1)$ globales de la forma $u_\alpha \mapsto u'_\alpha = e^{i\theta}u_\alpha$, para u_α un campo genérico. Asuma que el Lagrangiano para este campo es *estrictamente* invariante bajo estas transformaciones. (a) Procediendo de forma similar a como lo hicimos en el caso del tensor de energía-momento, obtenga un “vector de corriente” J^μ y muestre que satisface una ecuación de continuidad

$$\partial_\mu J^\mu = 0.$$

(b) Use este hecho para obtener la cantidad (“carga”) conservada correspondiente Q. (c) Obtenga ahora expresiones para J_μ y Q en el caso específico del campo de Klein-Gordon complejo. (d) Asumiendo que dicho campo ha sido cuantizado, obtenga una expresión para el operador de carga $\hat{Q}$ en términos de los operadores de creación y destrucción de esta teoría. Comente acerca de la interpretación física de sus resultados.

3. Denotar con $\hat{P}^\mu$ las componentes del *operador* de energía-momento, obtenido (via el teorema de Noether) a partir del tensor de energía-momento del campo escalar real, seguido de la prescripción de cuantización canónica que hemos estudiado. Muestre que si F es una función polinomial de los campos cuánticos $\hat{\varphi}$ y $\hat{\pi}$ (el campo conjugado canónico), entonces se cumple la siguiente identidad:

$$[\hat{P}^\mu, F] = -i\partial^\mu F.$$

Esta tarea debe ser desarrollada (y entregada) en grupos de mínimo 2 personas, máximo 3. Fecha de entrega: **Lunes 12 de marzo, en clase**.