Física de Partículas (FISI-3152) - A. Reyes - Parcial 1 (14.03.2018)

1. Considere la ecuación de Klein-Gordon

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m^2)\varphi(x) = 0, \tag{1}$$

donde $\varphi(x)$ es un campo escalar *complejo.*

(i) [4/20] Escriba un Lagrangiano para este campo y obtenga, a partir de las ecuaciones de Euler-Lagrange, la ecuación (1).

(ii) [4/20] Haciendo uso de la simetría $U(1)$, obtenga la cantidad conservada correspondiente.

(iii) [4/20] Comente acerca del significado físico de dicha cantidad conservada.

2. Para este problema trabajaremos con transformaciones de Lorentz propias, ortocronas, en un espacio de Minkowski de dimensión 2+1 (dos dimensiones espaciales y una temporal). Como hemos visto, un boost de Lorentz puede ser escrito de la siguiente forma:

$$L(\vec{v}) := \begin{pmatrix} \gamma & \gamma\langle\vec{v}\,| \\ \gamma|\vec{v}\rangle & \mathbb{1}_2 + \frac{\gamma^2}{1+\gamma}|\vec{v}\rangle\langle\vec{v}| \end{pmatrix} \tag{2}$$

Para dos vectores de la forma $\vec{v}_1 = (v_1, 0)$ y $\vec{v}_2 = (0, v_2)$, considere los "boosts" respectivos, $L(\vec{v}_1)$ y $L(\vec{v}_2)$. Haciendo uso del teorema de descomposición (que sigue siendo válido en dimensión 2+1), sabemos que deben existir un vector $\vec{w}$ y una rotación $R(\theta) \in SO(2)$ tales que

$$L(\vec{v}_1)L(\vec{v}_2) = \mathcal{R}(\theta)L(\vec{w}), \tag{3}$$

donde $\mathcal{R}(\theta)$ es la transformación de Lorentz (matriz 3×3) que representa a la rotación $R(\theta)$.

(i) [4/20] Encuentre el vector $\vec{w}$ y expréselo en términos de v_1 y v_2.

(ii) [4/20] Encuentre el ángulo de rotación θ y expréselo en términos de v_1 y v_2.